

XÂY DỰNG PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA BÁNH XE DẪN HƯỚNG THEO GÓC CASTER THE CONSTRUCTION OF MOTION EQUATION OF THE GUIDE WHEEL ACCORDING TO THE CASTER ANGLE

KS. TRẦN HOÀNG XUÂN THẮNG¹, TS. NGUYỄN THÁI VÂN^{1*},
THS. NGUYỄN ĐỖ HOÀI PHONG¹, KS. CHÂU TRUNG TÍN¹

¹Khoa Cơ khí Động lực, Trường Đại học SPKT Vĩnh Long;

Email*: vannt@vlute.edu.vn; ĐTDD: 0939996488

Nhận bài (received): 25/12/2021; Phản biện (revised): 24/01/2022; Chấp nhận (accepted): 07/4/2022

TÓM TẮT:

Các góc đặt bánh xe ảnh hưởng rất lớn đến độ ổn định chuyển động và tính năng động lực học chuyển động của ô tô. Bài báo này trình bày nội dung thiết lập phương trình vi phân chuyển động của bánh xe dẫn hướng tính đến góc nghiêng trụ đứng của nó trong mặt phẳng dọc (góc caster). Mục tiêu nghiên cứu là thiết lập được hệ phương trình vi phân chuyển động của bánh xe dẫn hướng phục vụ khảo sát các yếu tố động lực học, làm tiền đề khảo sát tìm ra giá trị góc nghiêng tối ưu (góc caster tối ưu) và đề xuất giải pháp thiết kế hệ thống treo có góc caster thích ứng theo tải trọng và tốc độ ô tô khi vận hành nhằm đảm bảo tính năng động lực học và ổn định chuyển động của ô tô.

Từ khóa: Góc caster, phương trình lagrange, ổn định chuyển động, động lực học bánh xe.

ABSTRACT

The angles of wheel placement greatly affect the motion stability and dynamics of the car. This paper presents a method to determine the differential equation describing the motion of the guide wheel with its tilt angle of vertical cylinder in longitudinal plane (the caster angle). The research objective is to establish the differential equation system of the guide wheel motion to serve the investigation of dynamic factors, as a premise for the investigation to find the optimal tilt angle value (optimal caster angle), to propose solutions to design a suspension system with a caster angle that adapts to the car's load and speed when operating in order to ensure the car's motion dynamics and stability.

Keywords: *caster angle, lagrange equation, motion stability; wheel dynamics.*

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Góc đặt bánh xe ảnh hưởng rất lớn đến độ ổn định chuyển động và tính năng động lực học chuyển động của ô tô. Khi vào đoạn vòng, bánh xe dẫn hướng phải xoay đi một góc quay quanh trụ đứng của

nó trong mặt phẳng dọc của ô tô nhằm làm lệch hướng chuyển động của ô tô. Nghĩa là bánh xe dẫn hướng và trụ đứng liên kết với nó là một cơ hệ gồm các vật có chuyển động riêng, chúng liên kết với nhau và khi chúng hoạt động thì mới tạo ra chuyển động cho hệ. Do đó việc lập phương trình

chuyển động cho hệ vật trong trường hợp này cần sử dụng lý thuyết cơ học hệ nhiều vật. Từ các phương trình vi phân lập ra có thể khảo sát được các yếu tố động lực học của bánh xe dẫn hướng dưới sự thay đổi góc nghiêng của trụ đứng, làm cơ sở xác định góc nghiêng tối ưu của trụ đứng trên bánh xe dẫn hướng thay đổi phụ thuộc vào chế độ vận hành, đảm bảo yếu tố tối ưu ổn định chuyển động ô tô.

2. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU, NỘI DUNG VÀ PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

2.1. Đối tượng nghiên cứu

Bánh xe dẫn hướng cầu trước trên ô tô du lịch và góc nghiêng trụ đứng của bánh xe dẫn hướng

2.2. Nội dung nghiên cứu

Lập phương trình vi phân chuyển động của bánh xe dẫn hướng trên ô tô tính đến góc nghiêng trụ đứng (góc caster) theo lý thuyết cơ học hệ nhiều vật

2.3. Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp nghiên cứu lý thuyết: Thiết lập phương trình vi phân theo mô hình cơ học hệ nhiều vật và toán học

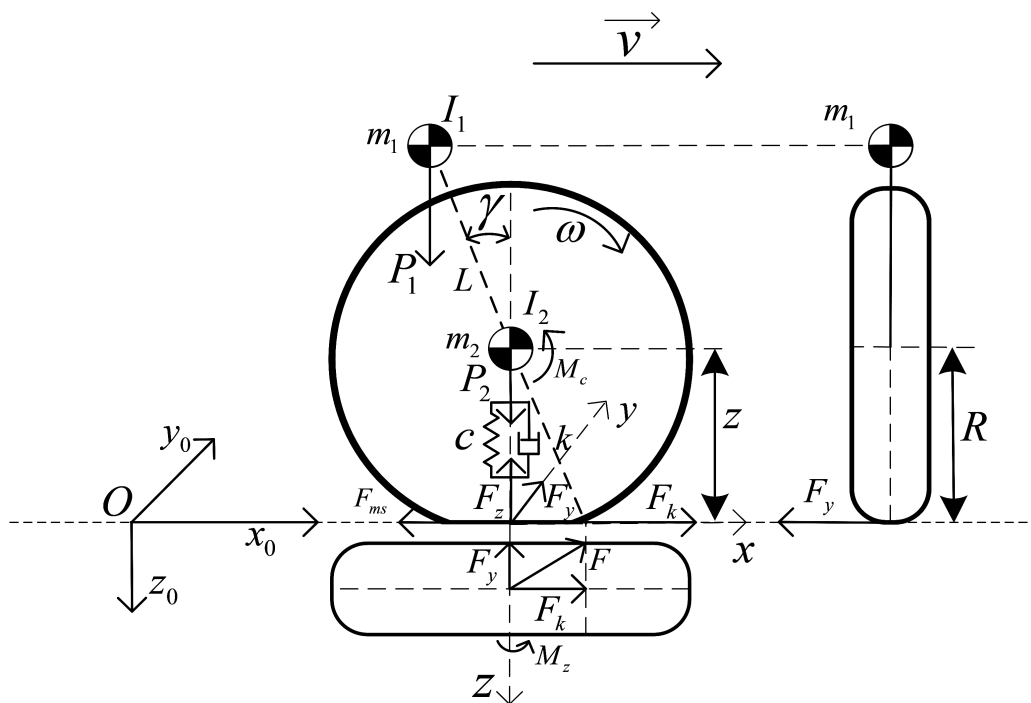
3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

3.1. Các giả thiết được sử dụng

- Bánh xe chuyển động trên mặt đường bằng, bỏ qua các lực kích động từ mặt đường;
- Bỏ qua ảnh hưởng của lực cản không khí;
- Tải trọng phân bố lên các bánh xe đối xứng qua mặt phẳng thẳng đứng dọc;
- Bánh xe lăn không trượt trên mặt đường;
- Bỏ qua sự ảnh hưởng của lò xo và giảm chấn ở hệ thống treo.

3.2. Mô hình khảo sát góc caster

Các dịch chuyển của cơ hệ có thể được xác định theo sơ đồ hình 1.



Hình 1. Mô hình chuyển động của bánh xe tính đến góc nghiêng của trụ đứng

Các ký hiệu sử dụng trong mô hình:

m_1, m_2 - lần lượt là khối lượng của thân xe, bánh xe đặt tại vị trí như hình 1;

γ - góc nghiêng của trụ đứng;

F_{ms} - lực ma sát giữa bánh xe với mặt đường;

M_z - mô men phục hồi;

F_k - lực kéo tiếp tuyến tại bánh xe chủ động;

F_z - phản lực pháp tuyến từ mặt đường tác dụng lên bánh xe;

F_y - lực ngang từ mặt đường tác dụng lên bánh xe;

P_1 - trọng lượng của thân xe phân bố lên bánh xe dẫn hướng;

P_2 - trọng lượng của bánh xe dẫn hướng;

R - bán kính bánh xe;

J_C - mô men quán tính của bánh xe [1] và được xác định theo công thức:

$$J_C = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot m_2$$

ω - vận tốc góc của bánh xe;

I - mô men quán tính của thân xe;

v_1, v_2 - lần lượt là vận tốc của thân xe, bánh xe;

f_r - hệ số ma sát giữa bánh xe với mặt đường;

β_m - hệ số cản lăn tại ổ bi, do hệ số cản lăn không đáng kể có thể bỏ qua;

k, c - lần lượt là hệ số cản giảm chấn và hệ số độ cứng của lốp;

$O_0x_0y_0z_0$ - hệ tọa độ cố định.

3.3. Lập phương trình động lực học

Phương trình chuyển động của ô tô viết theo tọa độ suy rộng được lập từ phương

trình Lagrange loại 2 [1]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} = Q_i^* \quad (1)$$

Trong đó: T, Π, Φ lần lượt là các hàm động năng, thế năng và hao tán của hệ; Q_i^* là lực suy rộng không thế tương ứng với tọa độ suy rộng q_i [8]

❖ Xác định động năng của hệ: Động năng của hệ sẽ được xác định bằng tổng động năng của động năng của thân xe (T_1) và bánh xe (T_2)

$$T = T_1 + T_2 \quad (2)$$

+ Động năng của bánh xe T_2 là tổng động năng chuyển động quay và chuyển động tịnh tiến [1], T_2 được xác định như sau:

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 + \frac{1}{2} \cdot J_C \cdot \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (\dot{x}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{2} \cdot m_2 \cdot \left(\frac{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{z}^2}}{R} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \dot{z}^2 + \frac{1}{4} \cdot m_2 \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{4} \cdot m_2 \cdot \dot{z}^2 \\ \text{Vậy } T_2 &= \frac{3}{4} \cdot m_2 \cdot \dot{x}^2 + \frac{3}{4} \cdot m_2 \cdot \dot{z}^2 \quad (3) \end{aligned}$$

+ Động năng của thân xe T_1 là tổng động năng của chuyển động tịnh tiến và mô men của thân xe [7] được xác định như sau:

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \dot{\gamma}^2 \quad (4)$$

Vận tốc v_1 được xác định theo công thức:

$$v_1 = \sqrt{\dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2}$$

Trong đó:

$$\begin{cases} x_1 = x - L \cdot \sin \gamma \\ z_1 = -(z + L \cdot \cos \gamma) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{x} - L \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos \gamma \\ \dot{z}_1 = -\dot{z} + L \cdot \dot{\gamma} \cdot \sin \gamma \end{cases}$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} I \dot{\gamma}^2 = \frac{1}{2} m_1 \left[(\dot{x} - L \dot{\gamma} \cos \gamma)^2 + (-\dot{z} + L \dot{\gamma} \sin \gamma)^2 \right] + \frac{1}{2} I \dot{\gamma}^2$$

$$= \frac{1}{2} m_1 \left[\dot{x}^2 - 2 L \cos \gamma \dot{\gamma} \dot{x} + (L \cos \gamma)^2 \dot{\gamma}^2 + (L \sin \gamma)^2 \dot{\gamma}^2 - 2 L \sin \gamma \dot{\gamma} \dot{z} + \dot{z}^2 \right] + \frac{1}{2} I \dot{\gamma}^2$$

$$\text{Vậy } T_1 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}^2 - 2 L \cos \gamma \dot{\gamma} \dot{x} + L^2 \dot{\gamma}^2 - 2 L \sin \gamma \dot{\gamma} \dot{z} + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\gamma}^2 \quad (5)$$

Thế (3), (4), (5) vào (2), ta được tổng động năng của hệ:

$$T = \frac{3}{4} m_2 \dot{x}^2 + \frac{3}{4} m_2 \dot{z}^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}^2 - 2 L \cos \gamma \dot{\gamma} \dot{x} + L^2 \dot{\gamma}^2 - 2 L \sin \gamma \dot{\gamma} \dot{z} + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\gamma}^2$$

$$= \frac{3}{4} m_2 \dot{x}^2 + \frac{3}{4} m_2 \dot{z}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 - m_1 L \cos \gamma \dot{\gamma} \dot{x} + \frac{1}{2} m_1 L^2 \dot{\gamma}^2 - m_1 L \sin \gamma \dot{\gamma} \dot{z} + \frac{1}{2} m_1 \dot{z}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\gamma}^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} m_1 + \frac{3}{4} m_2 \right) \dot{x}^2 + \left(\frac{1}{2} m_1 + \frac{3}{4} m_2 \right) \dot{z}^2 + \left(\frac{1}{2} L^2 m_1 + \frac{1}{2} I \right) \dot{\gamma}^2 - m_1 L \cos \gamma \dot{\gamma} \dot{x} - m_1 L \sin \gamma \dot{\gamma} \dot{z} \quad (6)$$

❖ **Xác định thế năng của hệ:** Thế năng của hệ được xác định thông qua thế năng của bánh xe và thế năng của thân xe [2], [3], [7] và được xác định như sau:

$$\Pi = m_2 g z + \frac{1}{2} c (R - z)^2 + m_1 g (L \cos \gamma + z) \quad (7)$$

❖ **Xác định hao tán của hệ:** Hao tán của hệ được xác định thông qua hao tán của bánh xe [4], [5], [7] và được xác định như sau:

$$\Phi = \frac{1}{2} k [(R - z)]^2 = \frac{1}{2} k (-\dot{z})^2 = \frac{1}{2} k \dot{z}^2 \quad (8)$$

❖ **Xác định lực suy rộng:** Lực suy rộng được xác định theo công thức tính lực suy rộng [1]:

$$Q_i = \sum_{k=1}^N F_{kx} \frac{\partial x_k}{\partial q_i} + F_{ky} \frac{\partial y_k}{\partial q_i} + F_{kz} \frac{\partial z_k}{\partial q_i} \quad (9)$$

Trong đó: x_k, y_k, z_k - tọa độ của các lực suy rộng;

F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} - lần lượt là hình chiếu của các lực suy rộng lên các trục tọa độ O_x, O_y, O_z

Tọa độ các lực suy rộng trong hệ:

- $F_k(x; 0; 0)$;
- $F_y(x; 0; 0)$;
- $F_z(x; 0; 0)$;
- $F_{ms}(x; 0; 0)$;

Hình chiếu các lực suy rộng trong hệ lên các trục tọa độ O_x, O_y, O_z :

- $F_k(F_k; 0; 0)$
- $F_y(0; F_y; 0)$;
- $F_z(0; 0; -F_z)$;
- $F_{ms}(-F_{ms}; 0; 0)$

❖ **Lực suy rộng trong hệ tọa độ:**

- Đối với Q_x

Trong hệ tọa độ suy rộng Q_x các lực và mô men tác dụng bao gồm: Phản lực giữa bánh xe với mặt đường sẽ cân bằng với tải trọng tác dụng lên bánh xe nên không phải là lực suy rộng. Ngoài ra trong hệ tọa độ suy rộng Q_x còn có:

- Lực kéo của bánh xe chủ động F_k (hoặc lực đẩy trên bánh xe bị động);

- Lực ma sát giữa bánh xe với mặt đường $F_{ms} = f_r.F_z$

- Mô men phục hồi M_z [6] được tạo ra bởi lực ngang F_y ; $M_z = F_y.R.\sin \gamma$

Áp dụng biểu thức (9) để tính lực suy rộng trong hệ tọa độ suy rộng Q_x , ta được:

$$Q_x = F_k - F_{ms} - M_z = F_k - f_r.F_z - F_y.R.\sin \gamma \quad (10)$$

- $Q_\gamma = 0$

- $Q_z = 0$

❖ Từ phương trình (6), tính giá trị các đạo hàm:

+ Trong hệ tọa độ suy rộng Q_x

- $\frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0$

- $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = \left(m_1 + \frac{3}{2}.m_2\right)\dot{x} - L.m_1.\cos \gamma.\dot{\gamma}$

- $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = \left(m_1 + \frac{3}{2}.m_2\right)\ddot{x} - (L.m_1.\cos \gamma.\ddot{\gamma} - L.m_1.\sin \gamma.\dot{\gamma}^2)$

+ Trong hệ tọa độ suy rộng Q_γ

- $\frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial \gamma} = L.m_1.\sin \gamma.\ddot{\gamma}.\dot{x} + L.m_1.\cos \gamma.\ddot{\gamma}.\dot{z}$

- $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} = -L.m_1.\cos \gamma.\dot{x} + m_1.L^2.\dot{\gamma} - L.m_1.\sin \gamma.\dot{z} + I.\dot{\gamma}$

- $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}}\right)$

$$= -L.m_1.\cos \gamma.\ddot{x} + L.m_1.\sin \gamma.\dot{\gamma}.\ddot{x} - L.m_1.\sin \gamma.\ddot{z} - L.m_1.\cos \gamma.\dot{\gamma}.\dot{z} + (L^2.m_1 + I).\ddot{\gamma}$$

+ Trong hệ tọa độ suy rộng Q_z

- $\frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$

- $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} = \left(m_1 + \frac{3}{2}.m_2\right).\dot{z} - L.m_1.\sin \gamma.\dot{\gamma}$

- $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}}\right) = \left(m_1 + \frac{3}{2}.m_2\right).\ddot{z} - (L.m_1.\sin \gamma.\ddot{\gamma} + L.m_1.\cos \gamma.\dot{\gamma}^2)$

❖ Từ phương trình (7), tính giá trị đạo hàm:

- Trong hệ tọa độ suy rộng Q_x :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

- Trong hệ tọa độ suy rộng Q_γ :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial \gamma} = -L.g.m_1.\sin \gamma.\dot{\gamma}$$

- Trong hệ tọa độ suy rộng Q_z :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = \frac{\partial T}{\partial z} = c.R + c.z + (m_1 + m_2)g$$

❖ Từ phương trình (8), tính giá trị đạo hàm:

- Trong hệ tọa độ suy rộng Q_x :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = 0$$

- Trong hệ tọa độ suy rộng Q_γ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} = 0$$

- Trong hệ tọa độ suy rộng Q_z :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} = k.\dot{z}$$

Thế các đại lượng đã tính đạo hàm T, Π, Φ tương ứng vào phương trình tổng quát (1), ta thu được hệ phương trình vi phân (11) mô tả chuyển động của hệ là:

$$\begin{cases} \left(m_1 + \frac{3}{2}m_2\right)\ddot{x} - L.m_1.\cos \gamma.\ddot{\gamma} + L.m_1.\sin \gamma.\dot{\gamma}^2 = F_k - f_r.F_z - F_y.R.\sin \gamma - L.m_1.\cos \gamma.\ddot{x} + L^2.m_1.\ddot{\gamma} + I.\ddot{\gamma} \\ -L.m_1.\sin \gamma.\dot{x}.\ddot{\gamma} + L.m_1.\sin \gamma.\dot{\gamma}.\ddot{x} - L.m_1.\cos \gamma.\dot{z}.\ddot{\gamma} - L.m_1.\sin \gamma.\ddot{z} - L.m_1.\cos \gamma.\dot{\gamma}.\dot{z} = L.g.m_1.\sin \gamma \\ \left(m_1 + \frac{3}{2}m_2\right).\ddot{z} - L.m_1.\sin \gamma.\ddot{\gamma} - L.m_1.\cos \gamma.\dot{\gamma}^2 + cz + k\dot{z} = -cR - (m_1 + m_2)g \end{cases} \quad (11)$$

4. KẾT LUẬN

Việc lập phương trình vi phân mô tả chuyển động của hệ bánh xe dẫn hướng dưới tác dụng của góc caster làm cơ sở cho quá trình khảo sát, đánh giá quá trình hoạt động của hệ bằng phần mềm matlab – simulink được thuận lợi

Hệ phương trình vi phân (11) là hệ phương trình vi phân phi tuyến, không thuần nhất có các hệ số phụ thuộc vào thông số kết cấu của bánh xe và thông số

kết cấu của trụ đứng trong hệ thống treo ô tô, về phải phụ thuộc vào các tải trọng bên ngoài. Đây là cơ sở lý luận quan trọng cho quá trình khảo sát đánh giá khả năng hoạt động của cơ hệ trong điều kiện tải trọng chuyển chở thay đổi

Để xác định các thông số động lực học của hệ, có thể giải hệ phương trình vi phân (11) theo phương pháp số nhờ các phần mềm thường dùng trong kỹ thuật như Mathematical, Maple, Matlab- Simulink.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Văn Đạo, 2002. *Cơ học giải tích*. NXB Đại học Quốc gia, Hà Nội.
2. Nguyễn Văn Khang, 2007. *Động lực học hệ nhiều vật*. NXB Khoa học Kỹ thuật, Hà Nội.

3. Reza N. Jazar. Vehicle Dynamic: Theory and Applicatons. Springer.
4. John Fenton. Advances in Vehicle Design. Professional Engineering Publishing Limited, London and Bury St Edmunds, UK.
5. A. van Berkum, 2006. Chassis and suspension design FSRTE02. Technische Univeriteit Eindhoven, Section Dynamics and Control Technology
6. Lê Văn Anh, Phạm Việt Thành, Nguyễn Huy Chiến, Hoàng Quang Tuấn, 2017. *Kết cấu ô tô*, NXB Khoa học kỹ thuật, Hà Nội.
7. Trần Thanh An, 2012. *Nghiên cứu tối ưu các thông số hệ thống treo ô tô khách sử dụng tại Việt Nam*. Luận án tiến sĩ kỹ thuật. Học viện Kỹ thuật Quân sự.
8. Nguyễn Văn Khang, 2004. *Dao động kỹ thuật*. NXB Khoa học Kỹ thuật, Hà Nội.

Thông tin phản biện: TS. Lương Văn Vạn; TS. Nguyễn Minh Tiến