

ỔN ĐỊNH VỊ TRÍ MỨC CHẤT LỎNG DỰA VÀO ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT VÀ KỸ THUẬT LQR

STABILIZATION OF LIQUID LEVEL POSITIONING BASED ON SLIDING MODE CONTROL AND LQR TECHNIQUE

NGUYỄN TRUNG HẬU*, PHẠM THANH TÙNG

Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Vĩnh Long

**Tác giả liên hệ: nguyentrunghaucltg84@gmail.com*

Nhận bài (Received): 16/01/2025; Phản biện (Reviewed): 19/02/2025; Chấp nhận (Accepted): 10/3/2025

TÓM TẮT

Trong bài báo này, bộ điều khiển trượt (SMC) và kỹ thuật tối ưu toàn phương tuyến tính (LQR) được thiết kế và mô phỏng cho hệ thống ba bồn không tương tác. Hệ thống này rất quan trọng trong điều khiển quá trình hiện đại vì nó có khả năng cải thiện chất lượng sản phẩm và nâng cao lợi ích kinh tế. Bộ điều khiển đề xuất được thiết kế để đảm bảo mức chất lỏng thực tế bám theo mức chất lỏng mong muốn trong thời gian hữu hạn. Tính ổn định của hệ thống điều khiển được chứng minh. Các kết quả mô phỏng của phương pháp đề xuất trong MATLAB/Simulink được so sánh với bộ điều khiển logic mờ và PID mờ. Kết quả so sánh cho thấy chất lượng điều khiển của bộ điều khiển SMC và LQR tốt hơn so với bộ điều khiển logic mờ và PID mờ với thời gian tăng đạt 1,5156s, độ vọt lố là 0%, loại bỏ sai số xác lập, thời gian xác lập là 2,6473s đối với bộ điều khiển SMC và tương ứng là 1,2570s, 8,0425%, 0cm, 3,6373s đối với bộ điều khiển LQR.

Từ khóa: Điều khiển trượt, tối ưu toàn phương tuyến tính, hệ thống ba bồn không tương tác, MATLAB/Simulink

ABSTRACT

In this paper, a sliding mode controller (SMC) and linear quadratic regulator (LQR) optimal techniques are designed and simulated for a three tank non-interacting system (TTNS). This system is important in modern process control because it has the ability to improve product quality and enhance economic benefits. The proposed controllers are designed to ensure that the actual liquid level follows the desired liquid level in a finite time. The stability of the control system is proven. The simulation results of the proposed methods in MATLAB/Simulink are compared with fuzzy logic and fuzzy PID controller. The comparison results show that the control quality of the SMC and LQR controller is better than fuzzy logic and fuzzy PID controller with the rising time achieves 1.5156s, the overshoot is 0%, the steady-state error converges to zero, the settling time is 2.6473s for the SMC controller and 1.2570s, 8.0425%, 0cm, 3.6373s for LQR techniques, spectively.

Keywords: Sliding mode control, LQR, three tank non-interacting system, MATLAB/Simulink

1. GIỚI THIỆU

Trong điều khiển quá trình công nghiệp, điều khiển mức chất lỏng là nhiệm

vụ chính như dầu mỏ và nhà máy lọc dầu, lọc dầu thô và cột chưng cất, quá trình sản xuất giấy và bột giấy [1], [2]. Các quá trình

này yêu cầu chất lỏng được chuyển hoặc bơm chuyển sang bồn khác. Nhiều lần chất lỏng sẽ được xử lý bằng cách pha trộn trong bồn chứa nhưng mức chất lỏng trong bồn luôn phải được kiểm soát và dòng chảy giữa các bồn phải được điều chỉnh [3]. Có nhiều cách kết nối các bồn khác nhau như tương tác và không tương tác. Trong bài viết này, quá trình ba bồn được xem xét với kết nối không tương tác.

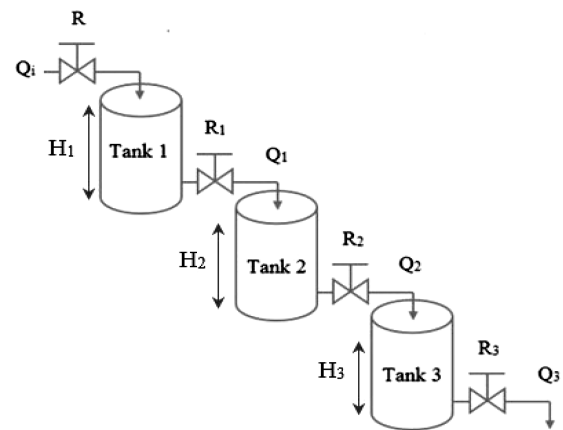
Một số bộ điều khiển đã thiết kế và triển khai điều khiển mức chất lỏng cho hệ thống ba bồn không tương tác, chẳng hạn như Skogestad điều chỉnh bộ điều khiển PI, phương pháp Cohen Coon và phương pháp điều khiển mô hình nội được phát triển trong [1]. Bộ điều khiển mờ và mạng nơ-ron nhân tạo dựa vào điều khiển mức chất lỏng với nhiễu được thiết kế trong [2]. Trong [3] đã đề xuất bộ điều khiển PID với Ziegler, Nichols, luật AMIGO, logic mờ và bộ điều khiển PID mờ. Hiệu suất của bộ điều khiển PID được đánh giá bởi trong [4]. Một giải pháp điều khiển thích nghi đã được trình bày trong [5]. Phương pháp tuyến tính hóa mờ rộng sử dụng bộ điều khiển PID tự thích nghi được minh họa bởi [6]. Điều khiển trượt dựa vào bộ quan sát K [7]. Mục tiêu của nghiên cứu này là ổn định vị trí mức chất lỏng trong bồn 3 của hệ thống sử dụng bộ điều khiển trượt và kỹ thuật LQR.

Báo này được bố cục gồm 4 phần như sau: Giới thiệu được trình bày ở Phần 1; Phần 2 trình bày mô hình toán học của TTNS; phương pháp thiết kế và đánh giá bộ điều khiển trượt và kỹ thuật LQR cho TTNS được mô tả trong Phần 3 và Phần 4 là kết luận.

2. MÔ HÌNH TOÁN HỌC CỦA HỆ THỐNG

TTNS được trình bày trong Hình 1 [1] với Q_i là lưu lượng chất lỏng vào bồn 1, Q_1

là lưu lượng chất lỏng ra bồn 1 và là lưu lượng chất lỏng vào bồn 2; Q_2 là lưu lượng chất lỏng ra bồn 2 và là lưu lượng chất lỏng vào bồn 3; Q_3 là lưu lượng chất lỏng ra bồn 3; R_1, R_2, R_3 là lực cản dòng chảy của bồn 1, 2 và 3; A_1, A_2, A_3 là diện tích bồn 1, 2 và 3; H_1, H_2, H_3 lần lượt là chiều cao chất lỏng ở bồn 1, 2 và 3. Hệ thống được gọi là kết nối không tương tác vì các bồn không liên quan đến nhau. Một bồn không ảnh hưởng đến hoạt động của bồn khác. Từ Hình 1, chất lỏng được bơm vào bồn 1. Tốc độ dòng chảy từ bồn 1 không tương tác với bồn 2 và ngõ ra của bồn 2 có liên quan đến ngõ vào của bồn 3.



Hình 1. Hệ thống ba bồn không tương tác [1]

Hàm truyền của TTNS như [1]:

$$\frac{H_3(s)}{Q_i(s)} = \frac{R_3}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_3 s + 1)} \quad (1)$$

trong đó, $\tau_1 = A_1 R_1$, $\tau_2 = A_2 R_2$, $\tau_3 = A_3 R_3$ lần lượt là hằng số thời gian của bồn 1, 2 và 3.

Các biến trạng thái được định nghĩa như (2), (3) và (4):

$$x_1 = H_3 \quad (2)$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{H}_3 \quad (3)$$

$$x_3 = \dot{x}_2 = \ddot{H}_3 \quad (4)$$

Không gian trạng thái của TTNS như (5):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1} & -\frac{T_3}{T_1} & -\frac{T_2}{T_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{R_3}{T_1} \end{bmatrix} Q_i \quad (5)$$

$$H_3 = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

trong đó, $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ là vector trạng thái của hệ thống, Q_i là tín hiệu vào và H_3 là mức chất lỏng thực tế, $T_1 = \tau_1\tau_2\tau_3$, $T_2 = \tau_1\tau_2 + \tau_1\tau_3 + \tau_2\tau_3$, $T_3 = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$.

Mục tiêu điều khiển là $x_1 \rightarrow x_{1d}$, khi $t \rightarrow \infty$.

3. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT VÀ LQR

3.1. Thiết kế bộ điều khiển trượt

Giả sử mức chất lỏng mong muốn của hệ thống là $H_{3d}(t)$, $H_3(t)$ là mức chất lỏng thực tế của bồn 3. Sai số bám được định nghĩa như (6):

$$e(t) = H_{3d}(t) - H_3(t) \quad (6)$$

Lấy đạo hàm của (6), ta được (7), (8) và (9):

$$\dot{e}(t) = \dot{H}_{3d}(t) - \dot{H}_3(t) \quad (7)$$

$$\ddot{e}(t) = \ddot{H}_{3d}(t) - \ddot{H}_3(t) \quad (8)$$

$$\ddot{\ddot{e}}(t) = \ddot{\ddot{H}}_{3d}(t) - \ddot{\ddot{H}}_3(t) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} V &= s \left(c_1 \dot{e}(t) + c_2 \ddot{e}(t) + \ddot{\ddot{H}}_{3d}(t) + \frac{1}{T_1} x_1 + \frac{T_3}{T_1} x_2 + \frac{T_2}{T_1} x_3 - \frac{R_3}{T_1} u \right) \\ &= s \left(c_1 \dot{e}(t) + c_2 \ddot{e}(t) + \ddot{\ddot{H}}_{3d}(t) + \frac{1}{T_1} x_1 + \frac{T_3}{T_1} x_2 + \frac{T_2}{T_1} x_3 \right. \\ &\quad \left. - \frac{R_3}{T_1} \frac{T_1}{R_3} \left[c_1 \dot{e}(t) + c_2 \ddot{e}(t) + \ddot{\ddot{H}}_{3d}(t) + \frac{1}{T_1} x_1 + \frac{T_3}{T_1} x_2 + \frac{T_2}{T_1} x_3 + \eta \text{sign}(s) \right] \right) \quad (18) \\ &= -s \eta \text{sign}(s) = -\eta |s| < 0 \end{aligned}$$

Mặt trượt được định nghĩa như :

$$s(t) = c_1 e(t) + c_2 \dot{e}(t) + \ddot{e}(t) \quad (10)$$

trong đó, $c_1, c_2 > 0$

Lấy đạo hàm của (10), ta được (11):

$$\dot{s}(t) = c_1 \dot{e}(t) + c_2 \ddot{e}(t) + \ddot{\ddot{e}}(t) \quad (11)$$

Thế (9) vào (11), ta được (12):

$$\dot{s}(t) = c_1 \dot{e}(t) + c_2 \ddot{e}(t) + (\ddot{\ddot{H}}_{3d}(t) - \ddot{\ddot{H}}_3(t)) \quad (12)$$

Thế (5) vào (12), ta được (13):

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= c_1 \dot{e}(t) + c_2 \ddot{e}(t) + \ddot{\ddot{H}}_{3d}(t) \\ &\quad + \frac{1}{T_1} x_1 + \frac{T_3}{T_1} x_2 + \frac{T_2}{T_1} x_3 - \frac{R_3}{T_1} u \quad (13) \end{aligned}$$

Với luật tiếp cận tốc độ hằng [8] như (14):

$$s(t) = -\eta \text{sign}(s) \quad (14)$$

Luật điều khiển trượt được thiết kế như (15):

$$\begin{aligned} u_{SMC} &= \frac{T_1}{R_3} \left[c_1 \dot{e}(t) + c_2 \ddot{e}(t) + \ddot{\ddot{H}}_{3d}(t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{T_1} x_1 + \frac{T_3}{T_1} x_2 + \frac{T_2}{T_1} x_3 + \eta \text{sign}(s) \right] \quad (15) \end{aligned}$$

Định nghĩa hàm Lyapunov như (16):

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (16)$$

Lấy đạo hàm của (16), ta được (17):

$$\dot{V} = s \dot{s} \quad (17)$$

Thế (15) vào (17), ta được (18):

Do đó, $e(t) \rightarrow 0$ khi $t \rightarrow \infty$.

Luật điều khiển (15) đảm bảo vị trí mức chất lỏng thực tế của bồn 3 hội tụ về mức chất lỏng mong muốn trong thời gian hữu hạn với sai số xác lập tiến về 0. Tuy nhiên, với luật điều khiển (15) vẫn còn xuất

$$u_{SMC_tanh} = \frac{T_1}{R_3} \left[c_1 \dot{e}(t) + c_2 \ddot{e}(t) + \ddot{H}_{3d}(t) + \frac{1}{T_1} x_1 + \frac{T_3}{T_1} x_2 + \frac{T_2}{T_1} x_3 + \eta \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon}\right) \right], \varepsilon > 0 \quad (19)$$

Luật điều khiển (19) đảm bảo vị trí mức chất lỏng thực tế của bồn 3 hội tụ về mức chất lỏng mong muốn trong thời gian hữu hạn với sai số xác lập tiến về 0 và khắc phục được hiện tượng dao động với tần số cao quanh mặt trượt.

3.2. Điều khiển dựa vào kỹ thuật LQR

Theo lý thuyết điều khiển LQR, khi hệ thống ở điểm làm việc tĩnh thì tín hiệu điều khiển có giá trị như (20) sẽ ổn định được hệ thống khi hệ ở lân cận điểm làm việc tĩnh [9], [10], [11]:

$$u(t) = r(t) - Kx(t) \quad (20)$$

trong đó, K là ma trận điều khiển, $x(t)$ là ma trận biến trạng thái.

Giá trị của ma trận K cần được tối ưu, tức là giá trị tìm được phải thỏa mãn giá trị - tiêu chí đánh giá chất lượng của hệ thống đạt giá trị nhỏ nhất. Chỉ tiêu chất lượng như [21], [9], [10]:

$$J = \int (x^T Qx + u^T Ru) dt \quad (21)$$

trong đó, Q là ma trận trọng số đối xứng xác định dương, R là trọng số công suất.

Ma trận K được xác định bởi phương trình đại số Riccati như (22):

$$K = R^{-1} B^T P \quad (22)$$

Trong đó, P là nghiệm của phương trình đại số Riccati được tìm bằng cách giải

hiện hiện tượng dao động với tần số cao quanh mặt trượt (còn gọi là chattering). Để khắc phục nhược điểm này, nghiên cứu đề xuất sử dụng hàm tangent hyperbolic (tanh) thay cho hàm signum trong (15). Lúc này, luật điều khiển trở thành (19):

phương trình Riccati (23):

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (23)$$

Để thiết kế luật điều khiển LQR áp dụng cho hệ thống 3 bồn không tương tác, các ma trận Q và R được chọn như (24) và (25):

$$Q = \begin{bmatrix} 0,15 & 0 & 0 \\ 0 & 0,15 & 0 \\ 0 & 0 & 0,15 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\text{và } R = 1 \quad (25)$$

Nghiên cứu chọn những giá trị này để tìm được giá trị ma trận K nhỏ thích hợp dẫn đến mức năng lượng tiêu thụ thấp.

Lúc này, phương trình (23) được giải để tìm các giá trị của P như (26):

$$P = 10^7 \times \begin{bmatrix} 0 & 0,0001 & 0,0016 \\ 0,0001 & 0,0058 & 0,1098 \\ 0,0016 & 0,1098 & 2,1379 \end{bmatrix} \quad (26)$$

và thay B từ (5), (25) và (26) vào (22), ta được K như (27):

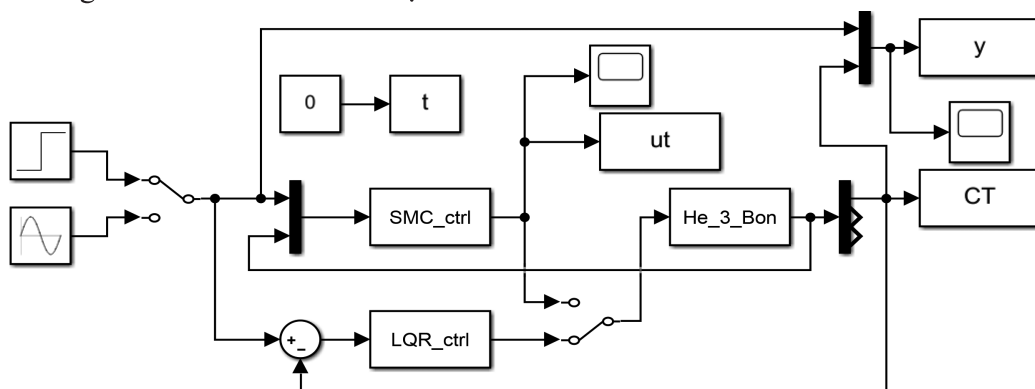
$$K = [0,0063 \quad 0,4237 \quad 8,2483] \quad (27)$$

Khi luật điều khiển được áp dụng, nghiên cứu tiến hành khảo sát tính ổn định của hệ thống vòng kín. Các trị riêng của $A - BK$ là -0,0128, -0,0159 và -0,0228. Do đó, hệ thống ổn định với các giá trị của ma trận K vừa tìm được.

3.3. Kết quả và thảo luận

Sơ đồ mô phỏng bộ điều khiển trượt và LQR trong MATLAB/Simulink được trình

bày như, các số liệu của hệ thống TTNS được sử dụng trong mô phỏng như Bảng 1 sau [1]:



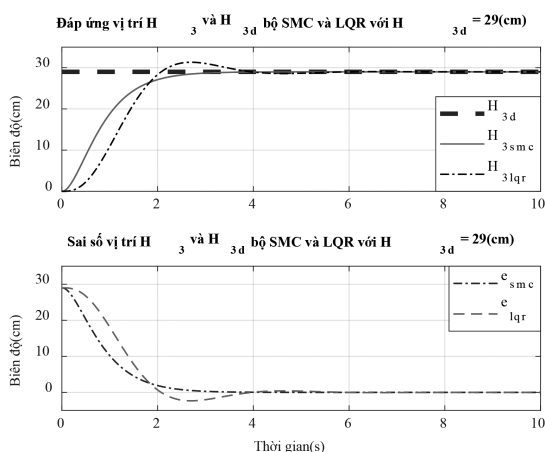
Hình 2. Sơ đồ mô phỏng bộ điều khiển trượt và LQR trong MATLAB/Simulink

Bảng 1. Các thông số của hệ thống TTNS [1]

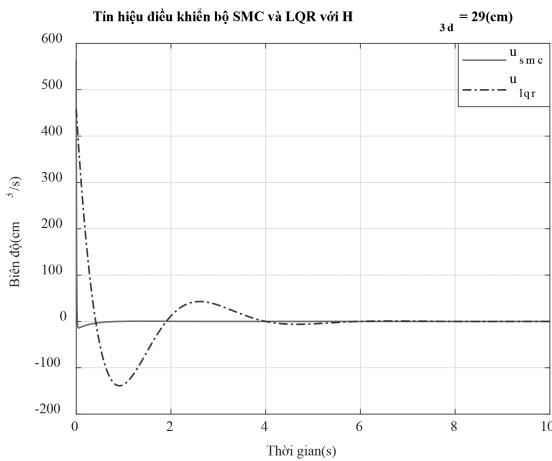
Ký hiệu	Mô tả	Giá trị	Đơn vị
A_1	Diện tích của bồn 1	95,033	cm^2
A_2	Diện tích của bồn 2	95,033	cm^2
A_3	Diện tích của bồn 3	95,033	cm^2
τ_1	Hằng số thời gian của bồn 1	44	s
τ_2	Hằng số thời gian của bồn 2	62	s
τ_3	Hằng số thời gian của bồn 3	80	s
R_1	Sức cản dòng chảy của bồn 1	0,463	
R_2	Sức cản dòng chảy của bồn 2	0,652	
R_3	Sức cản dòng chảy của bồn 3	0,842	

Đáp ứng, sai số của bộ điều khiển SMC và LQR cho hệ thống TTNS được trình bày như Hình 3. Qua Hình 3 ta thấy rằng đáp ứng mức chất lỏng thực tế của hệ thống đã

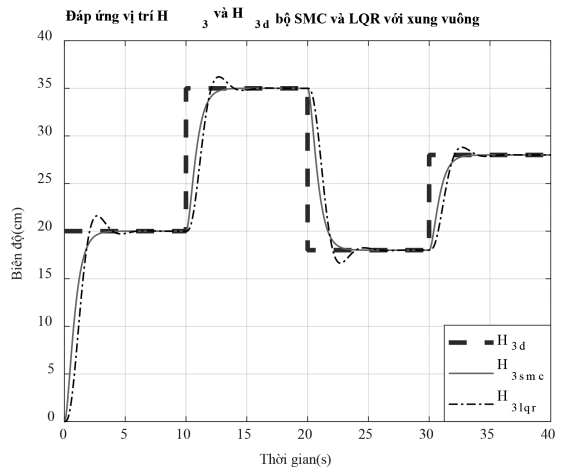
hội tụ về mức chất lỏng tham chiếu 29cm với thời gian tăng đạt 1,5156s, độ vọt lố là 0%, loại bỏ sai số xác lập, thời gian xác lập là 2,6473s đối với bộ điều khiển SMC và tương ứng là 1,2570s, 8,0425%, 0cm, 3,6373s đối với bộ điều khiển LQR. Các tiêu chí này được trình bày trong Bảng 2 và được so sánh với bộ điều khiển logic mờ và PID mờ [3]. Kết quả trình bày trong Bảng 2 cho thấy chất lượng điều khiển của bộ điều khiển SMC tốt hơn so với bộ điều khiển LQR, logic mờ và bộ điều khiển PID mờ [3].



Hình 3. Đáp ứng vị trí và sai số của bộ điều khiển SMC và LQR với $H_{3d} = 29$ (cm)



Hình 4. Tín hiệu ngõ vào điều khiển của bộ SMC và LQR

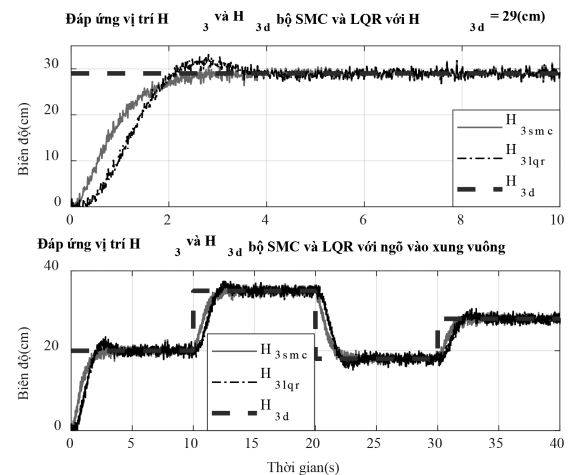


Hình 5. Đáp ứng vị trí của bộ điều khiển SMC và LQR với ngõ vào thay đổi

Bảng 2. Các tiêu chí chất lượng đạt được của SMC và LQR

Bộ điều khiển	SMC	LQR	Bộ điều khiển logic mờ [3]	Bộ điều khiển PID mờ [3]
Thời gian tăng (s)	1,5156	1,2570	25	19
Độ vọt lố (%)	0	8,0425	0	0
Sai số xác lập (cm)	0	0	-	-
Thời gian xác lập (s)	2,6473	3,6373	37	29

Hình 4 minh họa ngõ vào điều khiển và nó đã cho thấy tín hiệu điều khiển với biên độ thích hợp trong ứng dụng điều khiển bám vị trí mức chất lỏng cho hệ thống 3 bồn không tương tác và khắc phục được hiện tượng dao động với tần số cao quanh mặt trượt. Đáp ứng vị trí của bộ điều khiển SMC và LQR với ngõ vào thay đổi như Hình 5. Mức chất lỏng thực tế của hệ thống vẫn bám theo tín hiệu tham chiếu trong thời gian hữu hạn với sai số bám hội tụ về 0.



Hình 6. Đáp ứng vị trí của bộ điều khiển SMC và LQR khi có nhiễu

Hình 6 trình bày đáp ứng vị trí của bộ điều khiển được đề xuất với $H_{3d} = 29\text{cm}$ và ngõ vào xung vuông trong trường hợp nhiễu trắng (giả sử nhiễu cảm biến với công suất $0,05w$, thời gian lấy mẫu là $0,01s$) tác động lên ngõ ra hệ thống. Các đáp ứng thực tế của hệ thống vẫn hội tụ về các tín hiệu tham chiếu trong thời gian hữu hạn.

Các kết quả đạt được đã chứng minh tính hiệu quả và bền vững của phương pháp SMC và LQR trong việc điều khiển mức chất lỏng của hệ thống TTNS, trong đó kỹ thuật SMC tỏ ra hiệu quả và phù hợp hơn.

4. KẾT LUẬN

Điều khiển trượt (SMC) và LQR đã được thiết kế và áp dụng để điều khiển mức chất lỏng cho hệ thống ba bồn không tương tác trong bài báo này. Bộ điều khiển đề xuất đảm bảo mức chất lỏng thực tế bám theo mức chất lỏng mong muốn trong thời gian hữu hạn. Mức chất lỏng thực tế của hệ thống đã hội tụ về mức tham chiếu 29cm với thời gian tăng đạt 1,5156s, độ vọt lố là 0%, loại bỏ sai số xác lập, thời gian xác lập là 2,6473s

đối với bộ điều khiển SMC và tương ứng là 1,2570s, 8,0425%, 0cm, 3,6373s đối với bộ điều khiển LQR. Chất lượng điều khiển đạt được của kỹ thuật SMC tốt hơn so với bộ điều khiển LQR, logic mờ và PID mờ, biên độ của tín hiệu điều khiển phù hợp và khắc phục được hiện tượng dao động với tần số cao quanh mặt trượt. Mạng nơ-ron nhân tạo, giải thuật di truyền và thuật toán tối ưu bầy đàn sẽ được nghiên cứu và triển khai trong thời gian tới cho ứng dụng này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] K. T. Sundari, C. Komathi, S. Durgadevi, and K. Abirami. (2020). *Optimal Controller tuning of a PI controller for a three tank non-interacting process*. in 2020 International Conference on Power, Energy, Control and Transmission Systems (ICPECTS), Chennai, India: IEEE, pp. 1–5. doi: 10.1109/ICPECTS49113.2020.9337044.
- [2] Mohd. Uvais, Prabhat Ranjan Sarkar, and Shaktidev Mukherjee. (2016). *Three Tank Interacting System Level Control using Modern AI Techniques*. International Journal of Research and Development in Applied Science and Engineering, 9(1), 1–5.
- [3] Arnob Senapati, Akash Maitra, Snehanjaly Batabyal, and Abhishek Kumar Kashyap. (2018). *Control and Performance Analysis of Three Tank Flow Control System Using Linear & Non-Linear Controller*. International Journal of Innovative Research in Computer and Communication Engineering, 6(1), 329–340.
- [4] Vinay Kumar and Rekha Jha. (2015). *Liquid Level Control of Multi Tank System And Their Performance Analysis*. International Journal Of Scientific Research And Education, 3(5), 3377–3385.
- [5] C.-A. Bojan-Dragos, A.-I. Szedlak-Stinean, R.-E. Precup, L. Gurgui, E.-L. Hedrea, and I.-C. Mituletu. (2018). *Control Solutions for Vertical Three-Tank Systems*. in 2018 IEEE 12th International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI), Timisoara: IEEE, 593–598. doi: 10.1109/SACI.2018.8440939.
- [6] M. A. Capcha, W. Ipanaque and R. De Keyser. (2017). *Comparison of model-based and non-model-based strategies for nonlinear control of a three-tank system*. Proc. of 22nd IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA), Limassol, 2017, 1–4.
- [7] Thanh Tung Pham and Chi-Ngon Nguyen. (2023). *Design and Performance Evaluation a Sliding Mode Control Based On the K Observer for A Three Tank Non-Interacting System*. Journal of Applied Science and Engineering, 2023, 26(12), 1791-1798, doi: [https://doi.org/10.6180/jase.202312_26\(12\).0011](https://doi.org/10.6180/jase.202312_26(12).0011).
- [8] Jinkun Liu (2017). *Sliding Mode Control Using MATLAB*. Elsevier Science.
- [9] N. Setiawan and G. N. P. Pratama. (2021). *Application of LQR Full-State Feedback Controller for Rotational Inverted Pendulum*. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1–9.
- [10] M. A. Sen and M. Kalyoncu. (2016). *Optimal Tuning of a LQR Controller for an Inverted Pendulum Using the Bees Algorithm*. JOACE, 4(5), 384–387, doi: 10.18178/joace.4.5.384-387.
- [11] Võ Thanh Hà, Nguyễn Tùng Lâm, and Dương Anh Tuấn. (2021). *Phân tích điều khiển lqr kết hợp bộ quan sát trạng thái ESO với điều khiển phi tuyến cho hệ hai vật*. Tạp chí Khoa học và Công nghệ - Đại học Công nghiệp Hà Nội, 57(3), 50–55.